

**Областное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Курский электромеханический техникум»
(ОБПОУ «КЭМТ»)**

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ПО ФОРМУЛАМ КРАМЕРА

Методическая разработка открытого урока

по учебной дисциплине ЕН.01 Математика
для преподавателей математики ОБПОУ «КЭМТ»

**в рамках X (юбилейного) Фестиваля педагогического мастерства
«Инновационный поиск»
*«Инновационный урок как средство повышения
эффективности обучения и качества подготовки будущих специалистов»***

Разработчик: Хохлова Кира Евгеньевна,
преподаватель ОБПОУ «КЭМТ»

2019 г.

РАССМОТРЕНА
на заседании предметной (цикловой)
комиссии преподавателей
математических и естественнонаучных
учебных предметов и дисциплин
Протокол №__ от _____ 2019 г.

Заведующий транспортным
отделением
_____ В.И. Паньков
«__» _____ 2019 г.

Председатель П(Ц)К
_____ Н.В. Николаенко

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ПО ФОРМУЛАМ КРАМЕРА

Методическая разработка открытого урока

по учебной дисциплине ЕН.01 Математика
для преподавателей математики ОБПОУ «КЭМТ»

**в рамках X (юбилейного) Фестиваля педагогического мастерства
«Инновационный поиск»
«Инновационный урок как средство повышения
эффективности обучения и качества подготовки будущих специалистов»**

Разработчик: _____ К.Е. Хохлова, преподаватель ОБПОУ «КЭМТ»

Рецензенты:

1. Давыдова С.В., преподаватель высшей квалификационной категории ОБПОУ «Курский монтажный техникум»
2. Николаенко Н.В., преподаватель высшей квалификационной категории ОБПОУ «КЭМТ»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Предлагаемый урок проводится в рамках X Фестиваля педагогического мастерства «Инновационный поиск».

Данная методическая разработка может быть использована преподавателями математики в организации образовательной деятельности студентов специальности 23.02.05 Эксплуатация транспортного электрооборудования и автоматики (по видам транспорта, за исключением водного) на занятиях по учебной дисциплине ЕН.01 Математика.

В данной разработке представлен урок «открытия» новых знаний, которые будут необходимы студентам в профессиональной деятельности.

Профессиональная направленность урока обеспечивается тем, что студентам предлагается решить задачи по электротехнике методами линейной алгебры.

На уроке используются различные педагогические технологии и методы.

Материал данной темы преподносится в проблемном изложении. Теоретический контент рассматривается в вопросно-ответной форме, позволяющей обучающимся не только следить за развитием мысли преподавателя (как обычно происходит в формате традиционной лекции), но и активно участвовать в «открытии» нового знания. Наряду с информационными вопросами, актуализирующими, «извлекающими» на поверхность из памяти обучающихся имеющиеся отрефлексированные знания, необходимые для продвижения вперед, студентам предлагаются проблемные вопросы, активизирующие их мыслительную деятельность, развивающие умения применять знания в нестандартной ситуации, логическое, критическое, творческое, продуктивное мышление.

Работа в парах на этапе включения нового знания в систему имеющихся знаний позволяет обеспечить психологически комфортные условия для усвоения нового знания и взаимоконтроль обучающихся.

В качестве инструмента оценивания индивидуальных образовательных достижений студентов на учебном занятии предусмотрен оценочный лист (с критериями оценивания каждого раздела урока), помогающий подвести итоги урока.

Практическое применение знаний, полученных на данном занятии, даёт возможность повысить информационную и математическую грамотность студентов, что впоследствии благотворно скажется на их будущей профессиональной деятельности.

Предлагаемые формы и методы изучения материала, активное вовлечение обучающихся в познавательную деятельность, применение информационно-коммуникационных технологий, сопряжение в рамках одного учебного занятия нескольких образовательных технологий – все это в комплексе позволяет провести урок на уровне современных требований к подготовке квалифицированных специалистов.

ДЕЯТЕЛЬНОСТНАЯ КАРТА УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

Специальность: 23.02.05 Эксплуатация транспортного электрооборудования и автоматики (по видам транспорта, за исключением водного)

Учебная группа: ЭТЭА-21

Учебная дисциплина: ЕН.01 Математика

Тема учебного занятия: Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера

Тип учебного занятия: урок «открытия» новых знаний

Вид учебного занятия: урок-практикум

Место проведения: учебный кабинет «Математика. Статистика»

Междисциплинарные связи: ОП.04 Основы электротехники

Средства обучения:

– *технические:* мультимедийный проектор, персональный компьютер;

– *информационно-коммуникационные:* электронная презентация.

– *педагогический инструментарий:* дифференциальная схема электрической цепи, оценочные листы.

▪ *технические:*

– мультимедийный проектор;

– персональный компьютер.

▪ *информационно-коммуникационные:*

– компьютерная мультимедийная презентация к уроку.

▪ *дидактический материал:*

– оценочный бланк 25 шт.

Цели урока:

методическая: использование элементов технологии проблемного обучения с целью формирования общих компетенций будущих специалистов в области электротранспорта при решении практических задач;

образовательная: создание условий для овладения знаниями и умениями решения систем линейных уравнений с помощью формул Крамера;

развивающая: развитие умений проводить анализ информации, представленной на схеме электрической цепи, составлять алгоритмы,

выдвигать гипотезы по решению заданий, применять полученные знания для выполнения практических заданий;

воспитательная: воспитание интереса к изучению математики, культуры межличностного общения, развитие интереса к избранной специальности через математику.

Задачи урока:

учебно-практические:

- обеспечение в ходе урока усвоения и закрепления знаний студентов о формулах Крамера и их применении;
- развитие и совершенствование общих компетенций обучающихся (ОК 1, ОК 2, ОК 3);
- развитие у обучающихся умений и навыков самоконтроля и оценки собственной деятельности;
- развитие умений и навыков применения знаний в практической деятельности;
- совершенствование умений и навыков самостоятельной работы, работы в парах.

учебно-познавательные:

- расширение представления студентов о применении математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности;
- развитие положительной мотивации к учению;
- создание условия для овладения студентами новыми знаниями.

учебно-воспитательные:

- развитие у студентов понимания значения математики в профессиональной деятельности специалистов в области электротранспорта;
- развитие внимательности и аккуратности при выполнении расчетов;
- развитие умения работать в парах, вносить личный вклад в решение общей задачи.

Прогнозируемые результаты:

1) усвоенные знания:

- сформированность знаний о формулах Крамера;
- сформированность знаний о применении формул Крамера для решения систем линейных уравнений;
- сформированность знания алгоритма решения систем линейных уравнений методом Крамера;
- сформированность знаний о применении математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности;

2) освоенные умения:

- владение умением применять формулы Крамера для решения систем линейных уравнений;
- владение умением проводить доказательство теоремы, содержащей формулы Крамера;
- владение умением применять математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности;
- владение умением извлекать необходимую информацию;
- владение умением составлять алгоритмы;
- владение умениями самоконтроля по изученному материалу.

в) формируемые общие компетенции:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

Технологии обучения: элементы технологии проблемного обучения, информационно-коммуникационные технологии.

Методы обучения и контроля:

вербальные: беседа (мотивационная, итоговая, рефлексивная),

наглядные: электронная презентация;

методы контроля и самоконтроля: устный контроль, самоконтроль.

Формы организации обучения: работа в парах, фронтальная.

Нормативный документ: Федеральный государственный образовательный стандарт по специальности 23.02.05 Эксплуатация транспортного электрооборудования и автоматики (по видам транспорта, за исключением водного) (утв. Приказом Министерства образования и науки РФ от 22 апреля 2014 г. № 387)

Образовательные ресурсы

Основная литература

1. Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л., Яковлев Г.Н. Математика (Книга 1): Учебное пособие. – М.: Издательство «Новая волна», 2015. – 656 с.

2. Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л., Яковлев Г.Н. Математика (Книга 2): Учебное пособие. – М.: Издательство «Новая волна», 2015. – 592 с.

3. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник для студентов образовательных учреждений среднего профессионального образования / И.Д. Пехлецкий. – М.: Академия, 2015. – 298 с.

4. Омельченко В.П. Математика: учеб. пособие / В.П. Омельченко, Э.В. Курбатова. – Ростов н/Д: Феникс, 2015. – 380 с.

5. Николаенко Н.В., Хохлова К.Е. Курс лекций по учебной дисциплине ЕН.01 Математика для студентов специальности 23.02.05 Эксплуатация транспортного электрооборудования и автоматики (по видам транспорта, за исключением водного), 2018 г.

Дополнительная литература

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учеб. пособие для техникумов / Н.В. Богомолов. – М.: Высш. шк., 2013. – 495 с.

2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я., Данко С.П. Высшая математика в упражнениях и задачах в двух частях. Часть 1. – М.: Издательство «Мир и образование», 2015. – 368 с.

3. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я., Данко С.П. Высшая математика в упражнениях и задачах в двух частях. Часть 2. – М.: Издательство «Мир и образование», 2015. – 448 с.

Интернет-источники, электронные образовательные ресурсы

1. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов [Электронный ресурс] URL: www.fcior.edu.ru

2. Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов [Электронный ресурс] URL: www.school-collection.edu.ru

Научно-методические и научно-образовательные ресурсы:

1. Инновационные педагогические технологии: учебное пособие/ Михелькевич В.Н., Нестеренко В.М., Кравцова П.Г. – Самар. гос. тех. ун-т Самара, 2001. – 89 с.

2. Кульневич С.В., Лакоценина Т.П. Современный урок. Часть 1: Научно-практич. пособие для учителей, методистов, руководителей учебных заведений, студентов пед. заведений, слушателей ИПК. – Ростов н/Д: Учитель, 2005. – 288 с.

3. Кульневич С.В., Лакоценина Т.П. Современный урок. Часть 3: Научно-практич. пособие для учителей, методистов, руководителей учебных заведений, студентов пед. заведений, слушателей ИПК. – Ростов н/Д: Учитель, 2007. – 288 с.

4. Махмутов М.И. Проблемное обучение: Основные вопросы теории. – М.: Педагогика, 1975. – 368 с.

Основные термины и понятия: система линейных уравнений, определитель, матрица системы, формулы Крамера.

ОРГАНИЗАЦИОННАЯ СТРУКТУРА УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

Наименования этапов учебного занятия/ регламент (в минутах)	Ключевые учебно-познавательные, учебно-практические задачи, решаемые на данном этапе	Используемые методы, приемы	Виды деятельности студента	Виды деятельности преподавателя	Формируемые ОК и ПК
1. Этап мотивации (самоопределения) к учебной деятельности (1 мин.)	Создание деловой атмосферы, позитивного настроя на активную познавательную деятельность, включение в деловой ритм. Мотивированное пробуждение интереса к теме	Диалог	Настраиваются на продуктивную мыслительную и практическую деятельность. Отвечают на вопросы	Приветствует обучающихся. Представляет для решения задачу по электротехнике. Ставит проблему перед студентами	ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес
2. Этап актуализации опорных знаний. Целеполагание (7 мин.)	Расширение границ применения знаний, умений и навыков. Побуждение к определению темы и целей урока	Мотивационная беседа. Электронная презентация	Участвуют в мотивационной беседе. Разгадывают кроссворд по теме «Системы линейных алгебраических уравнений», вспоминают методы вычисления определителя третьего порядка, заполняют оценочный лист. Определяют тему и цель урока	Корректирует и конкретизирует тему занятия, формулирует цель урока, организует разгадывание кроссворда, способствующее актуализации опорных знаний. Ставит проблемные вопросы, мотивирующие обучающихся на изучение новой темы	ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество

<p>3. Подготовка к открытию нового знания. Формулирование учебной задачи (3 мин.)</p>	<p>Погружение в тему занятия, мотивированное пробуждение интереса к теме, формулирование учебной задачи</p>	<p>Электронная презентация. Фронтальный опрос</p>	<p>Выдвигают гипотезы. Отвечают на вопросы преподавателя. Самостоятельно оценивают свою деятельность и заполняют оценочный лист, участвуют в формулировании учебной задачи</p>	<p>Ставит проблемные вопросы. Организует деловое общение</p>	<p>ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество</p>
<p>4. Работа над новой темой («открытие» нового знания) (15 мин.)</p>	<p>Освоение предметного содержания темы урока. Развитие умения доказывать утверждения, составлять алгоритмы. Развитие положительной мотивации к учению</p>	<p>Проблемное изложение материала. Электронная презентация. Самоконтроль</p>	<p>Составляют алгоритм решения систем линейных уравнений методом Крамера, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивают результаты своей работы</p>	<p>Излагает новый материал (проблемное изложение). Ставит проблемные вопросы. Контролирует работу обучающихся</p>	<p>ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество. ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность</p>
<p>5. Включение нового знания в систему имеющихся</p>	<p>Формирование умений и навыков использования математического аппарата для решения</p>	<p>Электронная презентация. Самоконтроль</p>	<p>Решают задачи на доске и в тетрадях, работают в парах, оценивают свою</p>	<p>Организует решение задач по алгоритму. Проводит анализ полученных результатов</p>	<p>ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей</p>

знаний (15 мин.)	профессиональных задач. Развитие и совершенствование общепрофессиональных умений и навыков обучающихся. Развитие умений применения знаний в практической деятельности. Совершенствование навыков работы парами		деятельность, отвечают на вопросы преподавателя		будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес. ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество. ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность
6. Подведение итогов учебного занятия. Рефлексия (3 мин.)	Подведение итогов работы, оценка достигнутых результатов	Рефлексивная беседа	Оценивают свою деятельность на занятии. Дают оценку своим знаниям	Подводит итоги проделанной работы. Выставляет отметки студентам	ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество
7. Инструктирование о	Ознакомление с домашним заданием		Знакомятся с домашним	Инструктирует по выполнению	

выполнении домашнего задания (1 мин.)			заданием, задают вопросы (при необходимости). Фиксируют домашнее задание	домашнего задания	
--	--	--	--	-------------------	--

СЦЕНАРНЫЙ ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

1. Этап мотивации (самоопределения) к учебной деятельности (1 мин.)

Преподаватель. Начинаем наш урок. Настраиваемся на работу, плодотворное сотрудничество и эффективное взаимодействие. Присаживайтесь.

Преподаватель. Сегодня урок я хочу начать с задачи по электротехнике. И это не случайно. Электротехника – одна из ведущих областей знания специалиста в сфере электротранспорта. Сегодня на уроке вы сможете еще раз убедиться в том, какое важное значение имеет математика в вашей будущей профессиональной деятельности. Итак, начнем с задачи. Обратите внимание на экран. Прочтите условие.

На слайде представлена задача.

Студент. Два источника питания с ЭДС $\varepsilon_1 = 60$ В и $\varepsilon_2 = 75$ В включены в дифференциальную схему, как показано на рисунке. Найти ток общей ветви, если сопротивления резисторов $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 5$ Ом.

Дифференциальная схема электрической цепи представлена на доске.

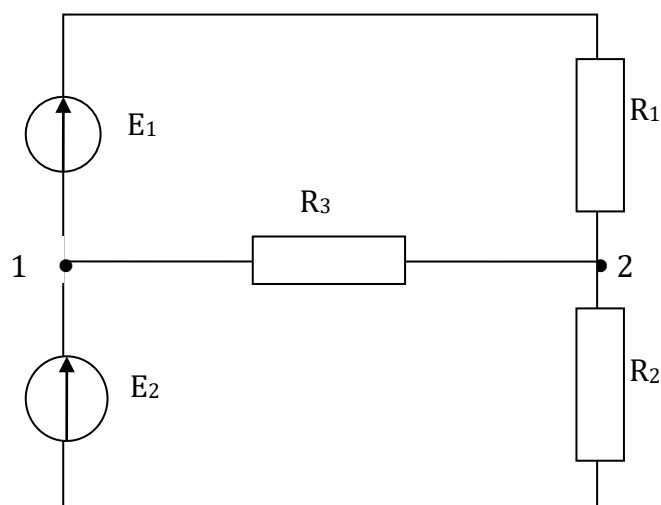


Рис. 1 Дифференциальная схема электрической цепи

Преподаватель. Данную задачу необходимо решить. Итак, что дано в условии задачи?

Студенты. Сопротивления резисторов и ЭДС источников токов.

Преподаватель. Что требуется найти?

Студенты. Силы тока в ветвях цепи.

2. Этап актуализации опорных знаний. Целеполагание (7 мин.)

Преподаватель. Какие знания нам понадобятся, чтобы решить данную задачу?

Студенты. Знание законов Кирхгофа.

Преподаватель. Давайте их вспомним. Сформулируйте первый закон Кирхгофа?

Студент. Сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю. При этом, условно принято считать входящие в узел токи положительными, а выходящие – отрицательными.

Преподаватель. Запишите первый закон Кирхгофа для нашей задачи на доске.

Студент записывает на доске: $-I_1 + I_2 - I_3 = 0$.

Преподаватель. Сформулируйте второй закон Кирхгофа.

Студент. Сумма падений напряжений в независимом контуре равна сумме ЭДС в нем.

Преподаватель. Запишите на доске второй закон Кирхгофа для первого и второго контуров.

*Студент записывает на доске: $R_1 I_1 + R_3 I_3 = \varepsilon_1$
 $R_2 I_2 - R_3 I_3 = \varepsilon_2$.*

Преподаватель объединяет все три уравнения на доске знаком системы.

Преподаватель. Какой математический объект мы получили на доске?

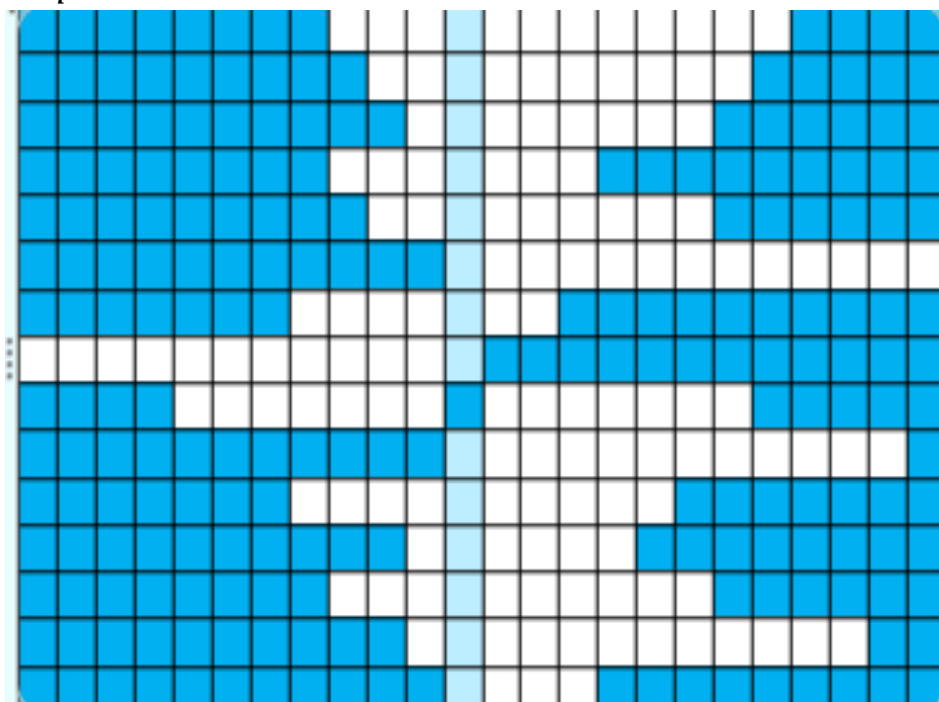
Студенты. Систему трех линейных алгебраических уравнений.

Преподаватель. Давайте вспомним все понятия, связанные с системой линейных алгебраических уравнений, с помощью кроссворда. Но прежде чем мы начнем, каждый из вас подпишет лист самоконтроля, который вы будете заполнять в течение всего урока. В нем прописано, за что вы получаете баллы. Каждый правильный ответ на вопрос кроссворда оценивается в 1 балл. Вопросы я буду озвучивать, и они также лежат у вас на столах.

Преподаватель раздает оценочные листы (приложение 1) и вопросы кроссворда.

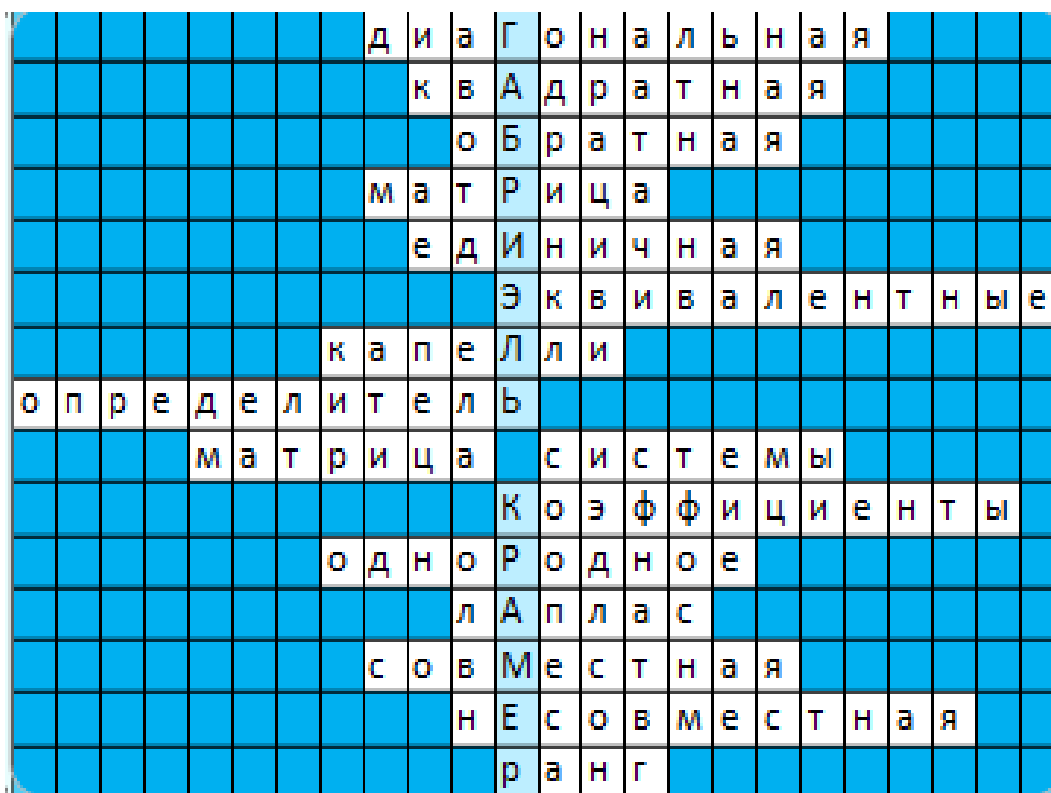
На слайде представлен незаполненный кроссворд по теме «Системы линейных алгебраических уравнений». Преподаватель озвучивает каждый из 15 вопросов. Студенты, готовые ответить, поднимают руки. Преподаватель спрашивает любого из них. Если ответ правильный, то он появляется на слайде в специально отведенных клетках. В результате

полностью разгаданного кроссворда в выделенных клетках получатся слова «Габриэль Крамер».



1. Как называется квадратная матрица, у которой все элементы, кроме элементов главной диагонали, равны нулю? (Диагональная)
2. Матрица, у которой количество строк совпадает с количеством столбцов. (Квадратная)
3. Матрица, в результате умножения которой на данную получается единичная. (Обратная)
4. Таблица, содержащая m строк и n столбцов элементов. (Матрица)
5. Как называется диагональная матрица, у которой элементы главной диагонали равны 1? (Единичная)
6. Как называются две системы линейных уравнений, у которых решения совпадают? (Эквивалентные)
7. Назовите фамилию ученого, который вместе с Кронекером сформулировал критерий совместности системы линейных уравнений? (Капелли)
8. Он для второго порядка равен разности произведений элементов главной диагонали и побочной? (Определитель)
9. Как называется матрица, составленная из коэффициентов перед переменными в системе линейных уравнений? (Матрица системы)
10. Из каких элементов составляется матрица системы? (Коэффициенты)
11. Как называется уравнение, свободный член которого равен 0? (Однородное)

12. Этот математик разложил определитель по минорам. (Лаплас)
13. Система линейных уравнений, имеющая решения. (Совместная)
14. Система линейных уравнений, не имеющая решений. (Несовместная)
15. Он равен максимальному количеству линейно независимых строк в матрице. (Ранг)



Преподаватель. Итак, обратите внимание на слова, которые получились в выделенных клетках кроссворда «Габриэль Крамер». Это швейцарский математик, один из создателей линейной алгебры. Крамер рассмотрел систему произвольного количества линейных уравнений с квадратной матрицей, решил её с помощью алгоритма, названного позже его именем.

Преподаватель. Далее вспомним, как вычислить определитель третьего порядка. На слайде представлен определитель. Его необходимо вычислить.

На слайде представлен определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \\ 0 & 3 & -5 \end{vmatrix}$$

Преподаватель. Будем находить по правилу треугольников. Какой первый шаг?

Студенты. Перемножить элементы главной диагонали.

Преподаватель: Какое число получилось?

Студенты: «0».

Далее производится расчет определителя. При этом на слайде каждый этап фиксируется.

Преподаватель. Возвращаемся к задаче. Условие проанализировали, систему уравнений составили. Каких знаний нам недостает, чтобы решить задачу?

Студенты. Знаний, как решить систему линейных алгебраических уравнений с тремя неизвестными.

Преподаватель. Как вы думаете, какова цель нашего сегодняшнего занятия?

Студенты. Научиться решать системы линейных алгебраических уравнений.

Преподаватель. Давайте сформулируем тему занятия.

Студенты. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Преподаватель. А точнее, сегодня мы рассмотрим один из методов решения систем линейных алгебраических уравнений – метод Крамера. Открываем тетради. Записываем тему «Решение систем линейных уравнения по формулам Крамера».

3. Подготовка к открытию нового знания. Формулирование учебной задачи (3 мин.)

Преподаватель. Какие вы знаете методы решения систем уравнений, известные еще с первого курса?

Студенты. Метод подстановки и алгебраического сложения.

Преподаватель. Они одинаково универсальны для решения систем уравнений?

Студенты. Нет.

Преподаватель. Как вы думаете, это важно – знать условия, при которых применим тот или иной метод?

Студенты. Да.

Преподаватель. Почему?

Студенты. Это позволит избежать лишних затрат времени и усилий.

Преподаватель. Совершенно верно. Итак, наша задача на уроке – рассмотреть, в чем состоит метод Крамера решения систем линейных уравнений, выяснить условия, при которых он применим, составить алгоритм решения систем линейных уравнений по формулам Крамера и научиться его использовать.

4. Работа над новой темой («открытие» нового знания) (15 мин)

Преподаватель. В чем же состоит метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений? Записываем теорему. Система из n уравнений с n неизвестными в случае, если определитель матрицы системы не равен нулю, имеет единственное решение и это решение находится по формулам:

$$x_j = \frac{\Delta_j}{\Delta},$$

где Δ - определитель матрицы системы, а Δ_j - определитель матрицы, получаемой из матрицы системы заменой j -го столбца столбцом свободных членов:

$$\Delta_j = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1i-1} & b_1 & a_{1i+1} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2i-1} & b_2 & a_{2i+1} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{ni-1} & b_n & a_{ni+1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Формулировка теоремы представлена на слайде.

Преподаватель. Давайте ее докажем. Рассмотрим случай, когда система состоит из двух линейных уравнений с двумя переменными.

Преподаватель доказывает теорему у доски. Студенты записывают в тетради.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{b_1 - a_{12}x_2}{a_{11}}, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2; \end{cases}$$

$$a_{21} \cdot \frac{b_1 - a_{12}x_2}{a_{11}} + a_{22}x_2 = b_2$$

$$a_{21}b_1 - a_{21}a_{12}x_2 + a_{11}a_{22}x_2 = a_{11}b_2$$

$$x_2 = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}$$

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

$$x_1 = \frac{b_1 a_{22} - a_{12} b_2}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}}$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

Получили формулы Крамера для нахождения переменных в системе из двух линейных уравнений при условии, что определитель матрицы системы отличен от нуля. Аналогичным образом доказывается теорема и для случаев с большим количеством переменных. Что и требовалось доказать.

Преподаватель. С помощью этой теоремы давайте сформулируем алгоритм решения системы линейных уравнений методом Крамера. Итак, что мы делаем на первом шаге решения?

Студенты. Вычисляем определитель матрицы системы и убеждаемся, что он отличен от нуля.

Преподаватель: Второй шаг какой?

Студенты. Вычисляем определители матрицы, получаемой из матрицы системы заменой i -го столбца столбцом свободных членов.

Преподаватель. И последний шаг алгоритма какой?

Студенты. Вычисляем переменные при помощи формул Крамера.

Алгоритм решения систем линейных алгебраических уравнений методом Крамера представлен на слайде.

1. Вычислить определитель матрицы системы.
2. Если определитель равен 0, то решение по формулам Крамера невозможно, если отличен от 0, то переходим к п. 3.
3. Вычислить определители матриц, получаемых из матрицы системы заменой i -го столбца столбцом свободных членов.
4. Найти значения переменных по формулам Крамера.
5. Записать ответ.

Преподаватель. Всегда ли метод Крамера применим для решения подобных задач? Является ли он универсальным? Давайте подумаем.

Студенты. Метод Крамера не всегда «работает». Если количество неизвестных не совпадает с количеством уравнений, то матрица системы уже не будет квадратной, следовательно, определитель мы не сможем вычислить. Или другой вариант: если определитель матрицы системы равен нулю. В этом случае мы также не сможем найти решение системы.

Преподаватель. Каждый правильный ответ на вопрос при доказательстве теоремы и составлении алгоритма оценивается в 1 балл. Заполните оценочный лист.

5. Включение нового знания в систему имеющихся знаний (15 мин)

Преподаватель. Возвращаемся к задаче, предложенной в начале урока. Какие идеи по поводу ее решения у вас есть?

Студенты. Будем решать по формулам Крамера.

Преподаватель. Что необходимо сделать, чтобы решить систему по формулам Крамера?

Студенты. Составить определитель матрицы системы, вычислить его, заменить в нем каждый столбец на столбец свободных членов и вычислить еще 3 определителя.

Преподаватель. Выполняем эти операции на доске и в своих тетрадях.

Преподаватель вызывает студентов к доске по очереди.

Составляем систему линейных уравнений, используя законы Кирхгофа:

$$1) \begin{cases} -I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ 2I_1 + 5I_3 = 60, \\ 3I_2 - 5I_3 = 75; \end{cases}$$

$$2) \Delta = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 5 \\ 0 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 31$$

$$3) \Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 60 & 0 & 5 \\ 75 & 3 & -5 \end{vmatrix} = 495$$

$$4) \Delta_2 = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & 60 & 5 \\ 0 & 75 & -5 \end{vmatrix} = 525$$

$$5) \Delta_3 = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 60 \\ 0 & 3 & 75 \end{vmatrix} = 30$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 26,1 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 27,6 \text{ A}$$

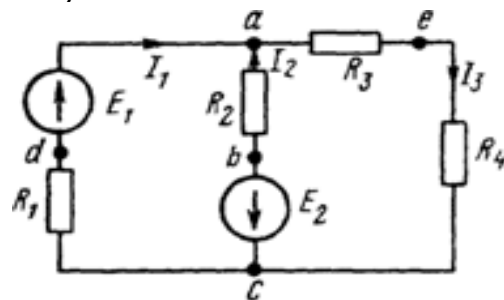
$$I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 1,5 \text{ A}$$

Ответ: 26,1 А, 27,6 А, 1,5 А.

Преподаватель. Те, кто работал у доски, получают 1 балл, если верно вычислили определитель. Если не верно вычислили, то 0 баллов. Заполните оценочный лист.

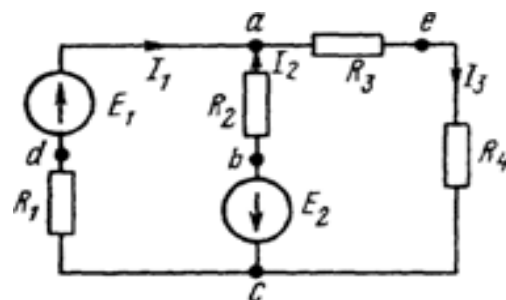
Далее работа в парах. Каждому ряду предлагается задача, которую необходимо решить, работая в паре с соседом по парте. Каждый этап решения контролируется преподавателем с помощью слайда.

1) Найти токи в ветвях схемы, в которой $E_1 = 80$ В, $E_2 = 64$ В, $R_1 = 6$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 1$ Ом, с помощью системы линейных уравнений, составленной согласно первому и второму правилу Кирхгофа. Решение системы выполните по правилу Крамера.



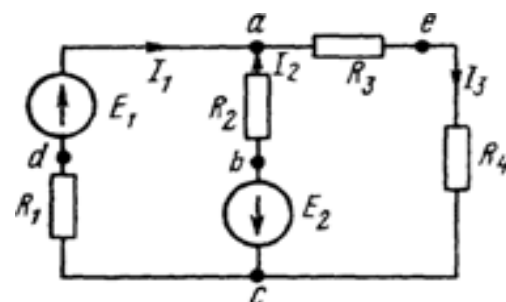
$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_1 R_1 - I_2 R_2 = E_1 + E_2, \\ I_2 R_2 + I_3 (R_3 + R_4) = -E_2. \end{cases}$$

2) Найти токи в ветвях схемы, в которой $E_1 = 70$ В, $E_2 = 50$ В, $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 2$ Ом, $R_4 = 1$ Ом, с помощью системы линейных уравнений, составленной согласно первому и второму правилу Кирхгофа. Решение системы выполните по правилу Крамера.



$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_1 R_1 - I_2 R_2 = E_1 + E_2, \\ I_2 R_2 + I_3 (R_3 + R_4) = -E_2. \end{cases}$$

3) Найти токи в ветвях схемы, в которой $E_1 = 30$ В, $E_2 = 10$ В, $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $R_3 = 2$ Ом, $R_4 = 4$ Ом, с помощью системы линейных уравнений, составленной согласно первому и второму правилу Кирхгофа. Решение системы выполните по правилу Крамера.



$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_1 R_1 - I_2 R_2 = E_1 + E_2, \\ I_2 R_2 + I_3 (R_3 + R_4) = -E_2. \end{cases}$$

Преподаватель. За каждый верно выполненный этап решения ставится 1 балл. То есть если полностью правильно решили задачу, то заработали 6 баллов. Заполните оценочный лист.

6. Подведение итогов учебного занятия. Рефлексия (3 мин.)

Преподаватель. Что сегодня на уроке мы нового узнали?

Студенты. Рассмотрели формулы Крамера для решения системы линейных уравнений.

Преподаватель. Какие есть недостатки у метода Крамера?

Студенты. Позволяет решать системы, у которых число неизвестных совпадает с числом уравнений. Системы, у которых бесконечно много решений или их нет, необходимо решать другими методами.

Преподаватель оценивает работу студентов на уроке, выставляет отметки.

Преподаватель. Поднимите руку те, кто набрал за урок от 15 до 22 баллов.

Студенты поднимают руку.

Преподаватель. Вы на уроке хорошо поработали и получаете отметку «4». Поднимите руку те, кто набрал от 22 до 30 баллов.

Студенты поднимают руку.

Преподаватель. Вы заработали отметку «5».

Преподаватель. Тема сегодняшнего занятия «Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера». У вас на столах лежат магниты. На доске – определитель 6 порядка. Если вам сегодня на уроке было непонятно, неинтересно, вы ничему не научились, то прикрепите магниты ниже главной диагонали. Если у вас на уроке все получалось, было интересно, то прикрепите магниты выше главной диагонали.



Студенты прикрепляют магниты на выбранный определитель.

7. Инструктирование о выполнении домашнего задания (1 мин.)

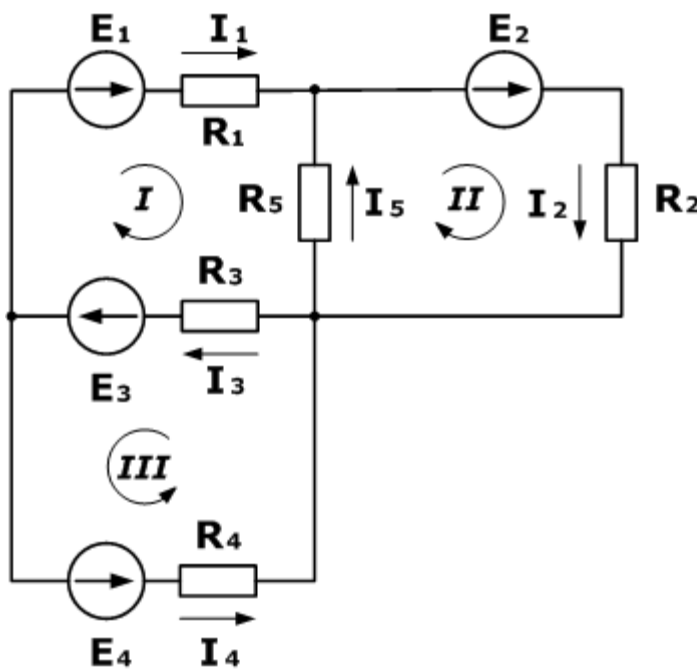
Студентам предлагается в качестве обязательного для выполнения домашнего задания изучить теоретический материал по теме урока, решить систему линейных уравнений. Решение задачи – для желающих получить дополнительную отметку.

1. Изучить материал на с. 41-43 Николаенко Н.В., Хохлова К.Е. «Курс лекций по учебной дисциплине ЕН.01 Математика для студентов специальности 23.02.05 Эксплуатация транспортного электрооборудования и автоматики (по видам транспорта, за исключением водного)».

2. Решить систему уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} -I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ 8I_1 + 13I_3 = 160, \\ 24I_2 - 13I_3 = 175. \end{cases}$$

3. Зная сопротивления резисторов и ЭДС трех источников найти ЭДС четвертого и токи в ветвях.



Дано

$$R_1 = 130 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 100 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 150 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 200 \text{ Ом}$$

$$R_5 = 80 \text{ Ом}$$

$$E_1 = 30 \text{ В}$$

$$E_2 = 60 \text{ В}$$

$$E_3 = 80 \text{ В}$$

$$I_5 = 0,206 \text{ А}$$

$$I_1, I_2, I_3, I_4 - ?$$

$$E_4 - ?$$

Преподаватель: Закончить урок мне хотелось бы высказыванием другого великого математика Карла Фридриха Гаусса, вклад которого в решение систем линейных уравнений мы рассмотрим на следующем занятии. «Мои результаты мне давно известны, я только не знаю, как я к ним приду». Надеюсь, что и ваши цели вам давно известны. Идите к ним, тщательно выбирая методы и средства их достижения.

Оценочный лист

_____ (фамилия имя)

<i>Наименование раздела</i>	<i>Критерии оценивания раздела</i>	<i>Баллы</i>
<i>Кроссворд и определитель</i>	<i>За каждый правильный устный ответ 1 балл</i>	
<i>Доказательство теоремы и составление алгоритма</i>	<i>За каждый правильный ответ на вопрос 1 балл</i>	
<i>Решение задачи у доски</i>	<i>За правильно вычисленный определитель у доски 1 балл, если неправильно вычислен, то 0 баллов.</i>	
<i>Решение задачи в парах</i>	<i>За каждый правильно сделанный шаг алгоритма 1 балл</i>	
<i>ИТОГО</i>		
<i>Перевод баллов в отметку:</i>		
<i>От 15 до 22 баллов – отметка «хорошо»</i>		
<i>От 23 до 30 баллов – отметка «отлично»</i>		
<i>ОТМЕТКА</i>		